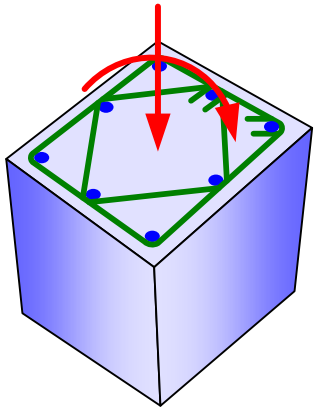
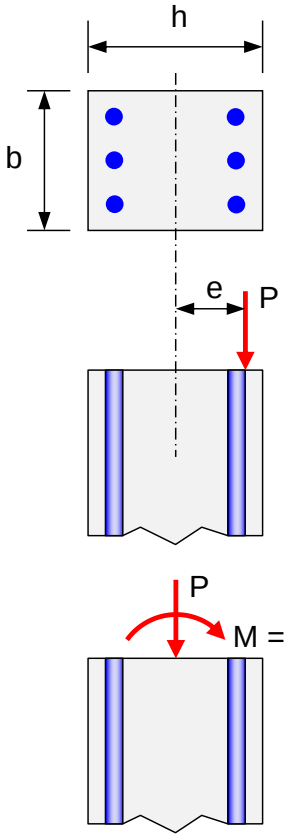


12

เสารับแรงอัดและการดัด

องค์อาคารที่รับแรงอัดเพียงอย่างเดียวนั้นมีน้อยมาก แม้ว่าเสาจะรับแรงอัดเป็นหลักแต่ก็มักเกิดการดัดร่วมด้วยเกือบเสมอ โมเมนต์ดัดเกิดจากความต่อเนื่องเช่น การหล่อเป็นเนื้อเดียวกันในอาคารคอนกรีตทำให้โมเมนต์ที่จุดรองรับคานบางส่วนจะถูกถ่ายลงเสา น้ำหนักบรรทุกด้านข้างจากแรงลมหรือน้ำหนักเยื้องศูนย์ในเสาที่มีหูช้าง แม้ว่าในการออกแบบจะไม่มีโมเมนต์ดัดก็ตาม ความไม่สมบูรณ์ในการก่อสร้างก็จะทำให้เกิดการเยื้องศูนย์ที่หลีกเลี่ยงไม่ได้เสมอ



รูปที่ 12.1 น้ำหนักบรรทุกและโมเมนต์ในเสา

เมื่อองค์อาคารอยู่ภายใต้แรงกระทำร่วมของแรงอัด P และโมเมนต์ M ดังเช่นในรูปที่ 12.1(ก) จะเป็นการสะดวกกว่าที่จะเปลี่ยนแรงอัดและโมเมนต์เป็นแรง P กระทำที่ระยะเยื้องศูนย์ e = M / P ดังในรูปที่ 12.1(ข) ซึ่งทั้งสองรูปเทียบเท่ากัน

เสาทุกต้นอาจถูกจำแนกออกตามระยะเยื้องศูนย์เทียบเท่านี้ เสาที่มีค่า e ต่ำจะมีแรงอัดกระทำทั้งหน้าตัดและจะวิบัติโดยการบดแตก (Crushing failure) และการครากของเหล็กโดยการอัด เสาที่มีระยะเยื้องศูนย์มากก็จะรับแรงดึงในบางส่วนของหน้าตัดและอาจวิบัติโดยแรงดึง

สำหรับเสานั้นสภาวะการรับน้ำหนักที่ต่ำกว่าจุดวิบัติมีความสำคัญไม่มากนัก แม้แต่รอยร้าวในเสาที่มีระยะเยื้องศูนย์มากก็มักไม่ทำให้เกิดปัญหารุนแรง การออกแบบเสาจึงขึ้นกับสภาวะประลัยซึ่งกำลังที่ต้องการต้องไม่เกินกำลังออกแบบดังเช่นที่ผ่านมาในกรณีนี้คือโมเมนต์ดัดและแรงแนวแกน

หน้าตัดเสาจะต้องมีกำลังรับโมเมนต์ดัดและแรงอัดตามแนวแกนไม่น้อยกว่าที่ต้องการโดยน้ำหนักบรรทุก

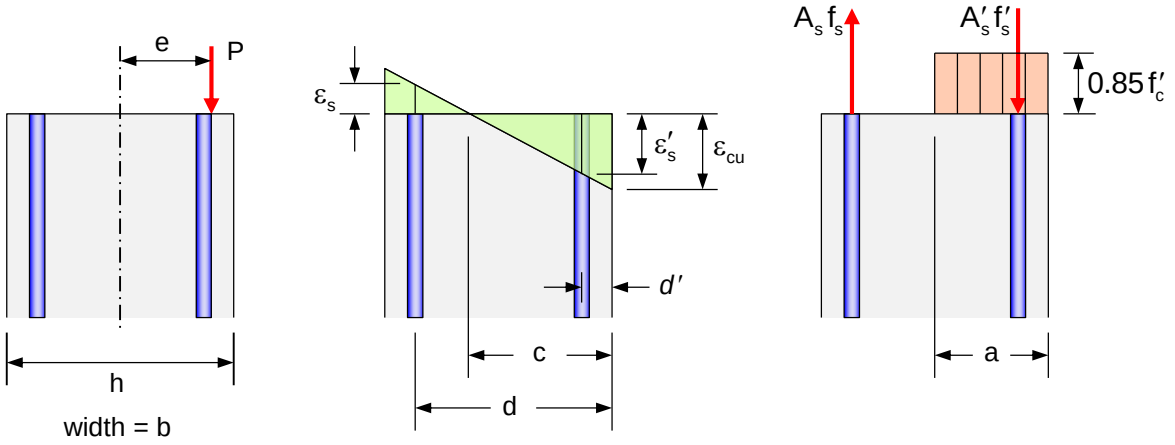
$$\phi M_n \geq M_u \qquad (12.1ก)$$

$$\phi P_n \geq P_u \qquad (12.1ข)$$

กำลังของหน้าตัดเสารับน้ำหนักบรรทุกเยื้องศูนย์

รูปที่ 12.2(ก) แสดงองค์อาคารรับน้ำหนักบรรทุกขนานกับแนวแกนเป็นแรงอัด P_n ที่ระยะเยื้องศูนย์ e วัดจากเส้นผ่าศูนย์กลาง การกระจายความเครียดบนหน้าตัดขณะจะเกิดการวิบัติจะเป็นดังรูป 12.2(ข) โดยสมมุติว่าหน้าตัดยังคงเป็นระนาบอยู่ หน่วยการยืดหดในคอนกรีตจะแปรผันเป็นเส้นตรงกับระยะทางจากแกนสะเทินซึ่งอยู่ที่ระยะ c จากผิวรับแรงอัด(ด้านขวา)

เนื่องจากการเสียรูปทรงจะเกิดขึ้นพร้อมกันทั้งหน้าตัด เหล็กเสริมที่ตำแหน่งใดๆจะการการยืดหดตัวเท่ากับคอนกรีตที่บริเวณข้างเคียง ดังนั้นถ้าหน่วยการยืดหดประลัยของคอนกรีตเท่ากับ ε_{cu} หน่วยการยืดหดในเหล็กเสริมรับแรงอัดเท่ากับ ε'_s ในขณะที่ในเหล็กรับแรงดึงเท่ากับ ε_s โดยที่เหล็กรับแรงอัดมีพื้นที่ A'_s และเหล็กรับแรงดึงมีพื้นที่ A_s อยู่ที่ระยะ d' และ d ตามลำดับจากผิวรับแรงอัด



(ก) เสารับน้ำหนักเยื้องศูนย์ (ข) การกระจายความเครียด (ค) แรงภายในและหน่วยแรง

รูปที่ 12.2 เสาภายใต้น้ำหนักบรรทุกเยื้องศูนย์

แรงภายในและหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจะเป็นดังรูปที่ 12.2(ค) หน่วยแรงอัดในคอนกรีตจะถูกแทนด้วยการกระจายเทียบเท่ารูปสี่เหลี่ยมเช่นเดียวกันในองค์อาคารรับแรงดัดมีความลึก $a = \beta_1 c$ เมื่อพิจารณาสมดุลของแรงในแนวดิ่งจะได้ว่า

$$[\Sigma F_y = 0] \qquad P_n = 0.85 f'_c a b + A'_s f'_s - A_s f_s \qquad (12.2)$$

โมเมนต์รอบเส้นผ่าศูนย์กลางของหน้าตัดที่เกิดจากแรงภายในจะต้องเท่ากับโมเมนต์ที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุก P_n :

$$[\sum M_{Centerline} = 0] \quad M_n = P_n e = 0.85 f'_c ab\left(\frac{h}{2}-\frac{a}{2}\right)+A'_s f'_s\left(\frac{h}{2}-d'\right)+A_s f_s\left(d-\frac{h}{2}\right) \quad (12.3)$$

เมื่อระยะเยื้องศูนย์มีค่ามากการวิบัติจะเกิดโดยการครากในเหล็กรับแรงดึง $f_s = f_y$ เมื่อคอนกรีตถึงหน่วยการยืดหดประลัย $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0.003$ ในขณะที่เหล็กรับแรงอัดอาจจะถึงจุดครากหรือไม่ก็ได้ซึ่งจะต้องพิจารณาจากหน่วยการยืดหดอีกที เมื่อระยะเยื้องมีค่าน้อยคอนกรีตจะมีหน่วยการยืดหดถึงขีดจำกัดก่อยที่เหล็กจะเริ่มคราก ซึ่งในความเป็นจริงแล้วเหล็กด้านที่ไกลจากน้ำหนักบรรทุกอาจรับแรงอัดอยู่ก็ได้ ดังนั้นการวิเคราะห์ต้องขึ้นกับสภาวะของการยืดหดระหว่างคอนกรีตและเหล็กเสริม เราสามารถคำนวณหน่วยการยืดหดและหน่วยแรงในเหล็กและคอนกรีตได้ดังนี้

เหล็กรับแรงดึง :

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu}\frac{d-c}{c} \quad (12.4)$$

$$f_s = \varepsilon_{cu}E_s\frac{d-c}{c} \le f_y \quad (12.5)$$

เหล็กรับแรงอัด :

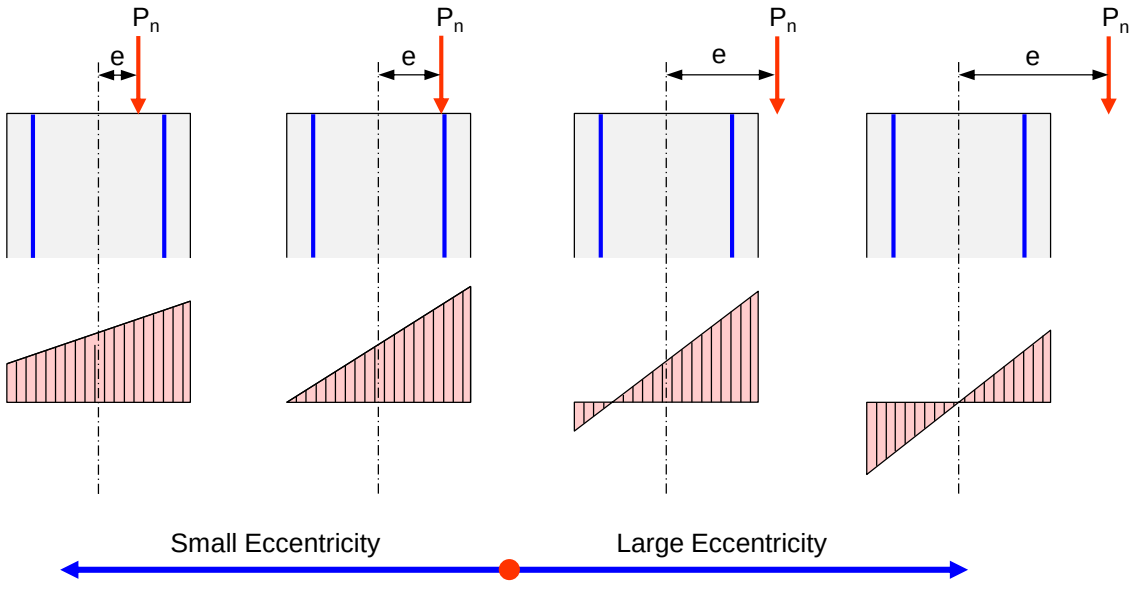
$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu}\frac{c-d'}{c} \quad (12.6)$$

$$f'_s = \varepsilon_{cu}E_s\frac{c-d'}{c} \le f_y \quad (12.7)$$

ความลึกของบล็อกหน่วยแรง $a = \beta_1 c \le h$ (12.8)

แรงอัดในคอนกรีต : $C = 0.85 f'_c a b$ (12.9)

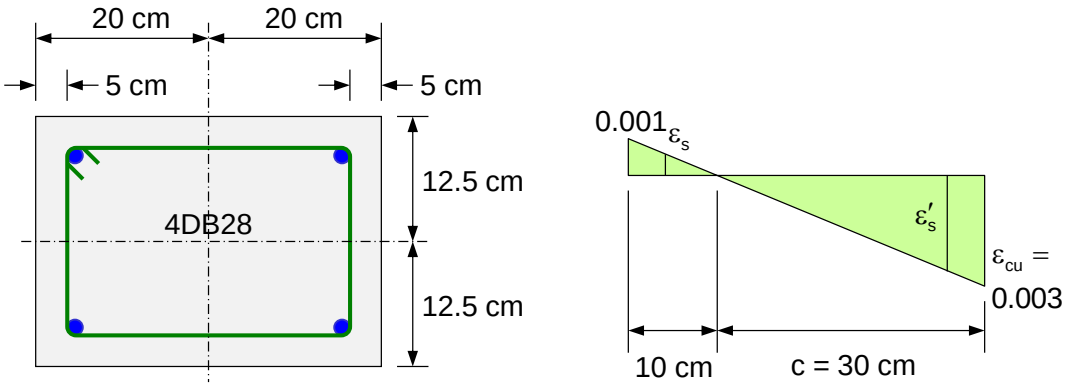
จะเห็นได้ว่าถ้าเรารู้ตำแหน่งแกนสะเทินคือระยะ c ก็จะสามารถคำนวณความเครียดและพิจารณาหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเหล็กรับแรงดึง เหล็กรับแรงอัดและ แรงอัดในคอนกรีต ได้ตามสมการ (12.4) ถึง (12.9) ซึ่งก็จะทำให้สามารถคำนวณค่า P_n และ M_n จากสมการ (12.2) และ (12.3) ได้ในที่สุด



รูปที่ 12.3 การกระจายความเครียดที่ระยะเยื้องศูนย์ต่างๆ

รูปที่ 12.3 แสดงการกระจายความเครียดที่เปลี่ยนไปตามระยะเยื้องศูนย์ e เริ่มจากรูปทางด้านซ้ายเมื่อน้ำหนักบรรทุกมีการเยื้องศูนย์น้อยมาก พื้นที่คอนกรีตทั้งหน้าตัดรวมทั้งเหล็กเสริมทั้งหมดจะรับแรงอัดทั้งหมด เมื่อมีการเยื้องศูนย์เพิ่มขึ้นจนเหล็กเสริมเริ่มรับแรงดึง ขณะเกิดการวิบัติคือคอนกรีตที่ผิวรับแรงอัดจนเกิดความเครียดถึง $\varepsilon_{cu} = 0.003$ แต่หน่วยแรงในเหล็กรับแรงดึงยังไม่ถึงจุดคราก $f_s < f_y$ การวิบัติจึงถูกควบคุมโดยการอัด (Compression-controlled failure) เมื่อระยะเยื้องศูนย์มีค่ามากขึ้นจนขณะเกิดการวิบัติหน่วยแรงในเหล็กรับแรงดึงถึงจุดคราก การวิบัติจะถูกควบคุมโดยการดึง (Tension-controlled failure)

ตัวอย่างที่ 12.1 จงคำนวณกำลังรับน้ำหนักบรรทุก P_n และโมเมนต์ M_n ที่ทำให้เกิดสภาวะการยืดหดดังในรูปที่ 12.4(ข) ของเสาคอนกรีตเสริมเหล็กขนาด 25×40 ซม. เสริมเหล็ก 4DB28 กำหนด $f'_c = 210$ ก.ก./ซม.^{2} และ $f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2}



(ก) หน้าตัดเสา (ข) สภาวะหน่วยการยืดหด

รูปที่ 12.4 หน้าตัดเสาและสภาวะหน่วยการยืดหดในตัวอย่างที่ 12.1

วิธีทำ

1. ขีดจำกัดความเครียดในคอนรีตและเหล็กเสริม

คอนกรีต : $\varepsilon_{cu} = 0.003$

เหล็กเสริม : $\varepsilon_y = f_y / E_s = 4{,}000 / 2.04\times10^6 = 0.002$

2. หน่วยแรงในเหล็กรับแรงดึง

$$f_s = \varepsilon_{cu}E_s\frac{d-c}{c} = 0.003\times2.04\times10^6\frac{32.5-30}{30}$$

$= 510$ ก.ก./ซม.^{2} $<$ [$f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2}] **OK**

3. หน่วยแรงในเหล็กรับแรงอัด

$$f'_s = \varepsilon_{cu}E_s\frac{c-d'}{c} = 0.003\times2.04\times10^6\frac{30-7.5}{30} = 4{,}590$$

$= 4{,}590$ ก.ก./ซม.^{2} $>$ [$f_y = 4{,}000$ กก./ซม.^{2}] **NG**

$f'_s = f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2}

4. แรงอัดในคอนกรีต

$a = \beta_1 c = 0.85(30) = 25.5$ ซม.

$C = 0.85 f'_c ab = 0.85(210)(25.5)(25)/1000 = 113.8$ ตัน

5. แรงในเหล็กเสริม

$T = A_s f_s = 2(6.16)(510)/1000 = 6.28$ ตัน

$T' = A'_s f'_s = 2(6.16)(4000)/1000 = 49.28$ ตัน

6. สมดุลของแรง

$P_n = C + T' - T = 113.8 + 49.28 - 6.28 = 156.8$ ตัน

$M_n = 113.8(20-25.5/2) + 6.28(20-7.5) + 49.28(20-7.5)$

$= 1{,}520$ ตัน-ซม. $= 15.2$ ตัน-เมตร

$e = M_n/P_n = 1{,}520/156.8 = 9.7$ ซม. ■

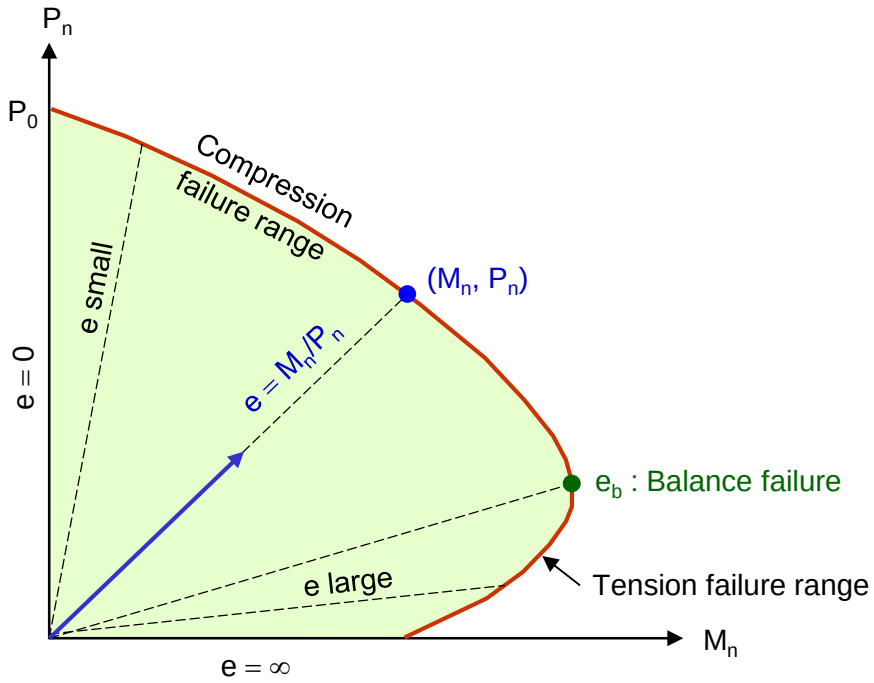
จากตัวอย่างที่ 12.1 จะเห็นว่าเมื่อรู้การกระจายความเครียดบนหน้าตัดก็สามารถคำนวณกำลังรับแรงอัดตามแนวแกน P_n และกำลังโมเมนต์ดัด M_n ได้โดยตรง แต่ในทางปฏิบัติแล้วในการออกแบบหรือตรวจสอบหน้าตัด เราจะมีความต้องการรับน้ำหนักบรรทุกคือ P_u และ M_u แล้วทำการออกแบบหน้าตัดหรือตรวจสอบหน้าตัดว่ามีกำลังเพียงพอกับที่ต้องการหรือไม่ซึ่งทำได้โดยใช้แผนภูมิปฏิสัมพันธ์

แผนภูมิปฏิสัมพันธ์ (Interaction Diagram)

แรงอัดตามแนวแกนและโมเมนต์ดัดที่ร่วมกันกระทำบนหน้าตัดเสานั้นมีผลต่อกำลังของหน้าตัดแบบปฏิสัมพันธ์กัน วิธีที่สะดวกคือสร้างเป็นแผนภูมิปฏิสัมพันธ์โดยให้แรงตามแนวแกนเป็นแกนดิ่งและโมเมนต์ดัดเป็นแกนนอนดังในรูปที่ 12.5

แรงตามแนวแกนและโมเมนต์ดัดจะแสดงออกมาเป็นจุดพิกัด (M_n, P_n) บนแผนภูมิ จากระยะเยื้องศูนย์ $e = M_n/P_n$ ถ้า M_n และ P_n มีค่าเพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนหรือมีค่า e คงที่ จุดพิกัดจะเคลื่อนออกห่างจากจุดกำเนิดตามแนวรัศมีเส้นตรงไปจนกระทั่งถึงขีดจำกัดของหน้าตัด จากนั้นเปลี่ยนค่า e ก็จะได้อีกแนวรัศมีหนึ่งแล้วขยับห่างออกไปเช่นเดิมจนถึงขีดจำกัดของหน้าตัด

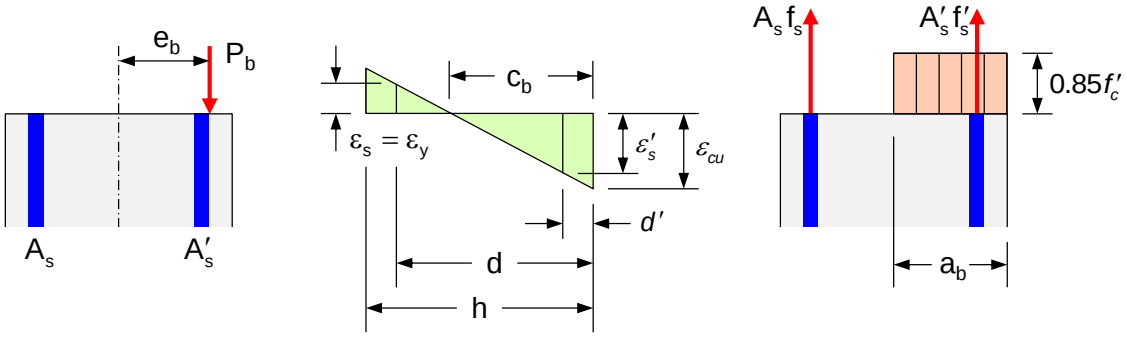
ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆโดยเปลี่ยนค่า e จาก “ศูนย์” คือรับแรงตามแนวแกนอย่างเดียวซึ่งจะอยู่บนแกนดิ่งค่ามากที่สุดคือ P_0 คือกำลังเสารับแรงตามแนวแกนนั่นเอง เมื่อเพิ่มค่า e ไปเรื่อยๆก็จะได้จุดที่เป็นขีดจำกัดของกำลังเรียงรายกันต่อจาก P_0 ตีโค้งออกไปทางด้านข้างแล้ววกลงมาถึงแกนนอนเมื่อค่า e เป็น “อนันต์” คือตัวหาร P เป็นศูนย์ หน้าตัดรับเพียงการดัด กำลัง M_n จึงเป็นกำลังดัดของหน้าตัดคาน



รูปที่ 12.5 แผนภูมิปฏิสัมพันธ์การดัดและแรงตามแนวแกน

การวิบัติสมดุล (Balanced Failure)

การวิบัติสมดุลคือสภาวะการวิบัติซึ่งความเครียดที่ผิวคอนกรีตด้านรับแรงอัดถึงค่าประลัยคือ $\varepsilon_{cu} = 0.003$ และความเครียดในเหล็กเสริมรับแรงดึงถึงจุดคราก $\varepsilon_y = f_y / E_s$ พร้อมกันพอดี แทนค่าความเครียดทั้งสองลงในแผนภูมิความเครียดในรูปที่ 12.6



รูปที่ 12.6 หน้าตัดเสาที่สภาวะสมดุล

จากความสัมพันธ์ของสามเหลี่ยมคล้ายของหน่วยการยืดหดจะได้ว่า

$$\frac{c_b}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_s + \varepsilon_{cu}} = \frac{0.003}{f_y / E_s + 0.003}$$

$$c_b = \frac{0.003}{f_y / (2{,}040{,}000) + 0.003} d = \frac{6{,}120\, d}{f_y + 6{,}120} \qquad (12.10)$$

สมดุลของแรงในแนวดิ่ง :

$$P_b = C_c + C_s - T \qquad (12.11)$$

เมื่อ $C_c = 0.85 f'_c a b = 0.85 f'_c \beta_1 c_b b$

$T = A_s f_y$

และ $C_s = A'_s(f'_s - 0.85 f'_c) \approx A'_s f'_s$

หน่วยแรง f'_s คำนวณได้จากสมการ (12.7) โดยใช้ค่า c_b คือ

$$f'_s = 6{,}120(c_b - d')/c_b \le f_y$$

แทนค่าแรง C_c, T และ C_s ลงในสมการ (12.11) จะได้

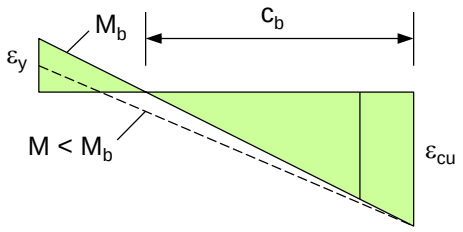
$$P_b = 0.85 f'_c \beta_1 c_b b + A'_s f'_s - A_s f_y \qquad (12.12)$$

สมดุลโมเมนต์รอบศูนย์กลางหน้าตัดเสา :

$$M_b = C_c\left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + C_s\left(\frac{h}{2} - d'\right) + T\left(d - \frac{h}{2}\right) \qquad (12.13)$$

เมื่อทราบค่า P_b และ M_b ก็จะสมมารถคำนวณระยะเยื้องศูนย์ที่สภาวะสมดุลได้คือ $e_b = M_b/P_b$ ซึ่งเมื่อนำมาเปรียบเทียบกับระยะเยื้องศูนย์จริง (e) จะทำให้ทราบสภาวะการวิบัติของเสาดังนี้คือ

กรณีที่ 1 : $e < e_b$



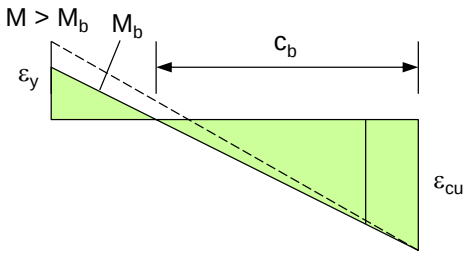
$c > c_b$ ทำให้ $\varepsilon_s < \varepsilon_y$ ดังนั้น

$$f_s = \varepsilon_{cu} E_s \frac{d-c}{c} < f_y$$

เมื่อเพิ่มน้ำหนักบรรทุกจะเกิดการวิบัติจากแรงอัด

Compression Failure

กรณีที่ 2 : $e > e_b$



$c < c_b$ ทำให้ $\varepsilon_s > \varepsilon_y$ ดังนั้น

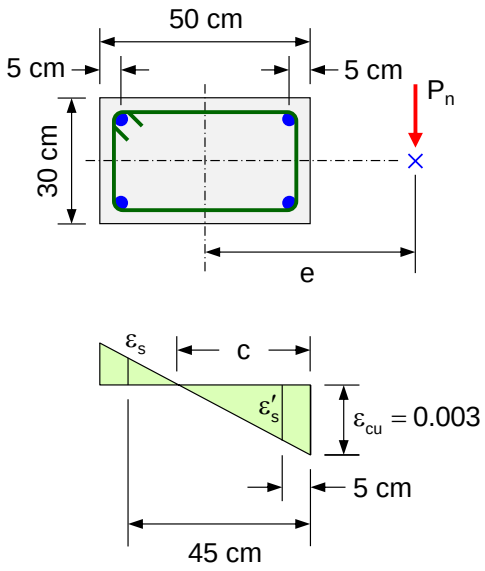
$$f_s = f_y$$

เมื่อเพิ่มน้ำหนักบรรทุกจะเกิดการวิบัติจากแรงดึง

Tension Failure

ตัวอย่างที่ 12.2 เสาหน้าตัด 30×50 ซม. เสริมเหล็ก 4DB28 ที่แต่ละมุมดังแสดงในรูป กำลังรับแรงอัดของคอนกรีต f'_c = 240 ก.ก./ซม.^{2} และกำลังครากของเหล็ก f_y = 4,000 ก.ก./ซม.^{2} จงพิจารณา (1) น้ำหนักบรรทุก P_b โมเมนต์ M_b และระยะเยื้องศูนย์ e_b ที่สภาวะสมดุลของการวิบัติ (2) น้ำหนักบรรทุกและโมเมนต์ที่ทำให้เกิดการวิบัติโดยแรงอัด (3) น้ำหนักบรรทุกและโมเมนต์ที่ทำให้เกิดการวิบัติโดยแรงดึง (4) กำลังรับแรงอัดตามแนวแกนเมื่อระยะเยื้องศูนย์เท่ากับศูนย์ จากนั้น (5) วาดแผนภูมิปฏิสัมพันธ์ของกำลังของหน้าตัดเสา

วิธีทำ



1. สภาวะสมดุลการวิบัติ

$\varepsilon_{cu} = 0.003$

$\varepsilon_y = f_y / E_s = 4000/2.04\times10^6 = 0.002$

$$c_b = \frac{6{,}120d}{f_y + 6{,}120} = \frac{6{,}120\times 45}{4{,}000 + 6{,}120} = 27.2 \text{ ซม.}$$

$a_b = \beta_1 c_b = 0.85(27.2) = 23.1$ ซม.

$f_s = f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2}

$$f'_s = 0.003\times 2.04\times 10^6\left(\frac{27.2-5}{27.2}\right)$$

$= 4{,}995$ ก.ก./ซม.^{2}

รูปที่ 12.7 หน้าตัดเสาในตัวอย่างที่ 12.2 แต่ต้องไม่เกินกำลังครากดังนั้น $f'_s = f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2}

$C_c = 0.85(240)(30)(23.1)/1000 = 141.4$ ตัน

$T = 2(6.16)(4.0) = 49.28$ ตัน

$C_s = 2(6.16)(4.0) = 49.28$ ตัน

$P_b = C_c + C_s - T = 141.4 + 49.28 - 49.28 = 141.4$ ตัน

$M_b = 141.4(25 - 23.1/2) + 49.28(25 - 5) + 49.28(45-25)$

$= 3{,}873$ ตัน-ซม. $= 38.7$ ตัน-เมตร

$e_b = M_b/P_b = 3{,}873/141.4 = 27.4$ ซม. ■

2. สภาวะวิบัติโดยแรงอัด ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อ $e < e_b$ หรือ $c > c_b$ **เลือก c = 30 ซม.**

$a = 0.85(30) = 25.5$ ซม.

$C_c = 0.85(240)(30)(25.5)/1{,}000 = 156.1$ ตัน

$f_s = 6{,}120(45-30)/30 = 3{,}060$ ก.ก./ซม.^{2} $<$ [$f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2}] **OK**

$f'_s = 6{,}120(30-5)/30 = 5{,}250$ ก.ก./ซม.^{2} $>$ [$f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2}] **NG**

$f'_s = f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2}

$P_n = 156.1 + 4.0(12.32) - 3.06(12.32) = 167.7$ ตัน

$M_n = 156.1(25-25.5/2) + 4.0(12.32)(25-5) + 3.06(12.32)(45-25)$

$= 3{,}652$ ตัน-ซม. $= 36.5$ ตัน-เมตร

$e = 3{,}652/167.7 = 21.8$ ซม. $<$ [$e_b = 27.4$ ซม.] ■

3. สภาวะวิบัติโดยแรงดึง ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อ $e > e_b$ หรือ $c < c_b$ **เลือก c = 20 ซม.**

$a = 0.85(20) = 17.0$ ซม.

$C_c = 0.85(240)(30)(17.0)/1000 = 104.0$ ตัน

$f_s = f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2} (โดยนิยาม)

$f'_s = 6{,}120(20\text{-}5)/20 = 4{,}725$ กก./ซม.^{2} $>$ [$f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2}] **NG**

$f'_s = f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2}

$P_n = 104.0 + 4.0(12.32) - 4.0(12.32) = 104.0$ ตัน

$M_n = 104.0(25\text{-}17/2) + 4.0(12.32)(25\text{-}5) + 4.0(12.32)(45\text{-}25)$

$= 3{,}687$ ตัน-ซม. $= 36.9$ ตัน-เมตร

$e = 3{,}687/104.0 = 35.5$ ซม. $>$ [$e_b = 27.4$ ซม.] ■

4. สภาวะรับแรงตามแนวแกน ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อ $e = 0$ หรือ $c = \infty$ และ $M_n = 0$

$P_0 = 0.85 f'_c bh + (A_s + A'_s) f_y$

$= 0.85(0.24)(30)(50) + 4(6.16)(4.0) = 404.6$ ตัน ■

5. เขียนแผนภูมิปฏิสัมพันธ์ของกำลัง

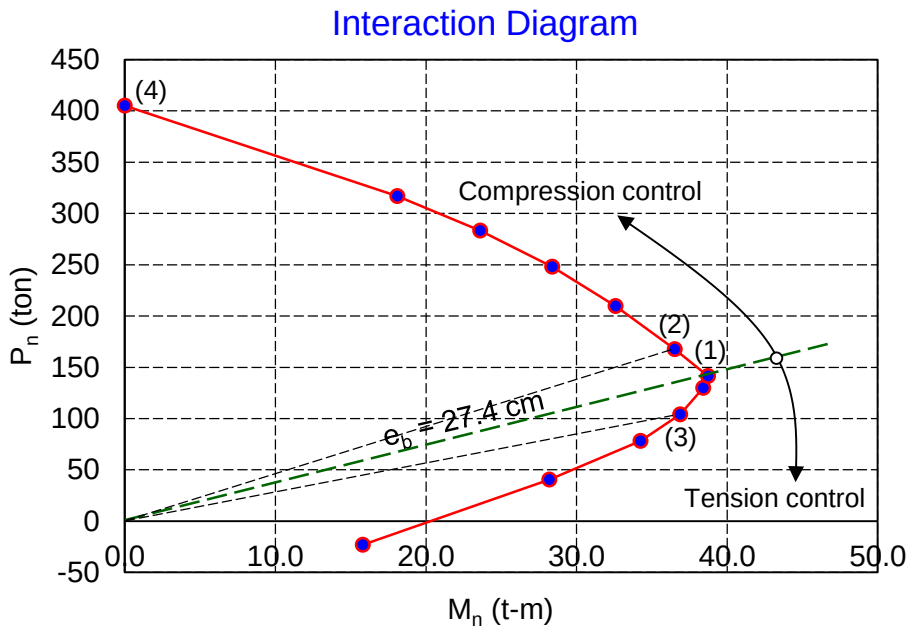
สร้างจุดพิกัด M_n, P_n อื่นโดยเขียนโปรแกรมหรือใช้การสร้างเป็นตารางใน Excel โดย

- แปรเปลี่ยนค่า c จากศูนย์ถึงไม่เกินขนาดหน้าตัดเสาคือ h = 50 ซม.
- แบ่งเป็น 2 ช่วงคือ $0 < c < c_b$ คำนวณตามข้อ 3. แบบแรงดึงควบคุม และ
  $c_b < c < h$ คำนวณตามข้อ 2. แบบแรงอัดควบคุม

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	c	a	Cc	fs	fs'	Pn	Mn	e
2	5	4.3	26	4000	0	-23	15.8	-67.9
3	10	8.5	52	4000	3060	40	28.2	69.7
4	15	12.8	78	4000	4000	78	34.2	43.9
5	20	17.0	104	4000	4000	104	36.9	35.4
6	25	21.3	130	4000	4000	130	38.4	29.5
7	27.2	23.1	141	4000	4000	141	38.7	27.4
8	30	25.5	156	3060	4000	168	36.5	21.8
9	35	29.8	182	1749	4000	210	32.6	15.5
10	40	34.0	208	765	4000	248	28.4	11.4
11	45	38.3	234	0	4000	283	23.6	8.3
12	50	42.5	260	-612	4000	317	18.1	5.7

- เพิ่มพิกัดจากข้อ 4. เมื่อ $e = 0$ คือ $P_n = 404.6$ ตัน และ $M_n = 0$ ตัน-เมตร

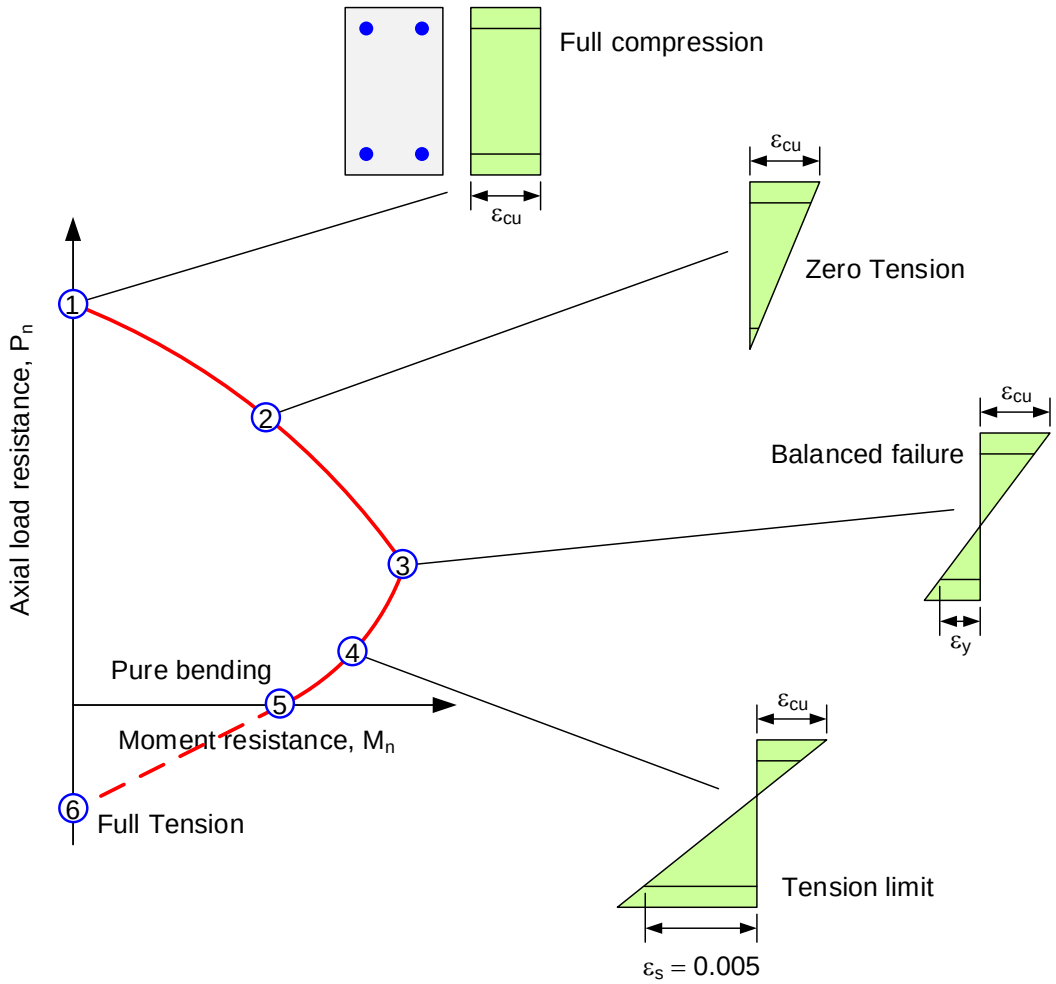
เมื่อสั่งให้วาดกราฟใน Excel จะได้ดังในรูป



รูปที่ 12.8 แผนภูมิปฏิสัมพันธ์ในตัวอย่างที่ 12.2

จุดสำคัญบนแผนภูมิปฏิสัมพันธ์ของเสา

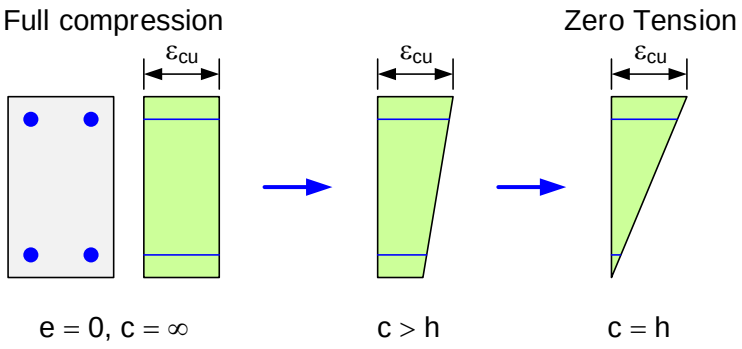
รูปที่ 12.9 แสดงจุดต่างๆและหน่วยการยืดหดของจุดต่างๆที่สำคัญบนแผนภูมิปฏิสัมพันธ์



รูปที่ 12.9 การกระจายหน่วยการยืดหดตามจุดต่างๆบนแผนภูมิปฏิสัมพันธ์

จุดที่ 1 : Full compression หน้าตัดเสารับเพียงแรงอัดโดยไม่มีโมเมนต์ดัด หน่วยการยืดหดจึงกระจายตัวคงที่ จะเป็นน้ำหนักบรรทุกตามแนวแกนมากที่สุดที่หน้าตัดรับได้

จุดที่ 2 : Zero Tension เมื่อโมเมนต์ดัดมีค่าเพิ่มขึ้นหน่วยการยืดหดจะกลายเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูและกลายเป็นรูปสามเหลี่ยมดังในรูปที่ 12.10 จุดนี้เป็นจุดสุดท้ายซึ่งยังไม่มีแรงดึงบนหน้าตัด



รูปที่ 12.10 หน่วยการยืดหดรูปสี่เหลี่ยมคางหมูระหว่างจุดที่ 1 และ 2

ช่วง 1-3 : Compression-Controlled Failures เสาที่อยู่ในช่วงบนของแผนภูมิปฏิสัมพันธ์นี้จะวิบัติโดย **การบดทลาย (Crushing)** ที่ผิวคอนกรีตรับแรงอัดก่อนที่เหล็กเสริมด้านรับแรงดึงจะคราก ดังนั้นจึงเรียกว่า **เสาควบคุมโดยการอัด (Compression-controlled column)**

จุดที่ 3 : Balanced Failure, Compression-Controlled Limit Strain เป็นจุดที่มีหน่วยการยืดหดด้านรับแรงอัดถึง 0.003 และด้านรับแรงดึงมีหน่วยการยืดหดของเหล็กเสริมถึงจุดคราก ε_y พร้อมกัน ในมาตรฐาน ACI เดิมจะใช้ระยะ d จากผิวคอนกรีตรับแรงอัดถึงศูนย์กลางกลุ่มเหล็กเสริมในการพิจารณา แต่ใน ACI ตั้งแต่ปี 2002 เป็นต้นมาจะใช้ระยะ d_t ถึงเหล็กเสริมชั้นนอกสุด

จุดที่ 4 : Tensile-Controlled Limit เป็นจุดที่มีหน่วยการยืดหดด้านรับแรงอัดถึง 0.003 และด้านรับแรงดึงมีหน่วยการยืดหดของเหล็กเสริมชั้นนอกสุด 0.005 หรือ 2.5 เท่า ε_y สำหรับเหล็กเสริม SD40 การวิบัติของเสาจะเป็นแบบเหนียว

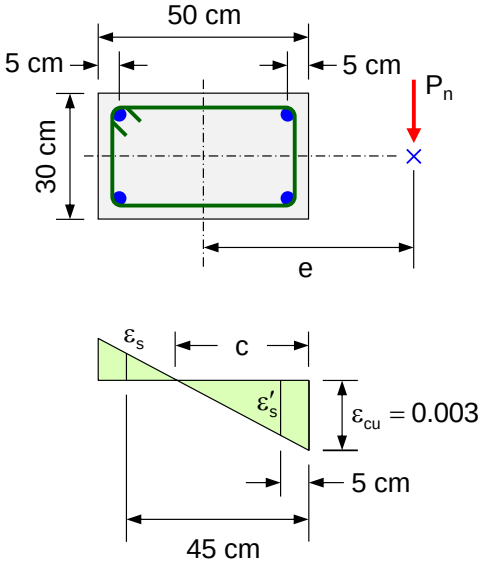
ช่วง 3-4 : Transition Region เรียกว่าช่วงเปลี่ยนผ่านเนื่องจากรูปแบบการวิบัติจะเปลี่ยนจากแบบเปราะแตก(Brittle) ที่จุดที่ 3 มาเป็นแบบเหนียว (Ductile) ค่าตัวคูณลดกำลัง ϕ จะแปรเปลี่ยนจาก 0.7 (เสาปลอกเดี่ยว) หรือ 0.75 (เสาปลอกเกลียว) ที่จุดที่ 3 มาเป็น 0.9 (คาน) ที่จุดที่ 4

จุดที่ 5 : Pure Bending เป็นจุดที่ไม่มีแรงตามแนวแกน มีเฉพาะโมเมนต์ดัด ซึ่งจะคำนวณกำลังโมเมนต์ดัดตามขั้นตอนในบทเรื่องการดัดโดยอาจคิดเป็นหน้าตัดเสริมเหล็กคู่ (Doubly reinforced section)

จุดที่ 6 : Full Tension เป็นจุดที่หลังตัดรับเพียงแรงดึงตามแนวแกน ซึ่งมักไม่ค่อยเกิดขึ้น กำลังดึงคำนวณจากเหล็กเสริมเท่านั้นคือ $P_n = A_s f_y$ แต่อาจมีประโยชน์ในการสร้างแผนภูมิเนื่องจากจุดที่ 5 ซึ่งต้องคำนวณโมเมนต์ดัดหน้าตัดเสริมเหล็กคู่ (Doubly reinforced section) นั้นค่อนข้างยุ่งยาก

ดังนั้นจากอาจลากเส้นตรงเชื่อมจุดที่ 4 ซึ่งมักอยู่ต่ำหรือใกล้จุดที่ 5 มายังจุดที่ 6 ซึ่งหาได้ง่าย แล้วใช้จุดตัดแกน M_n เป็นจุดที่ 5

ตัวอย่างที่ 12.3 จากตัวอย่างที่ 12.2 เสาหน้าตัด 30×50 ซม. เสริมเหล็ก 4DB28 ที่แต่ละมุมดังแสดงในรูป กำลังรับแรงอัดของคอนกรีต f'_c = 240 ก.ก./ซม.^{2} และกำลังครากของเหล็ก f_y = 4,000 ก.ก./ซม.^{2} จงพิจารณาสำคัญที่เหลืออยู่



รูปที่ 12.7 หน้าตัดเสาในตัวอย่างที่ 12.2

วิธีทำ

1. จุดที่ได้คำนวณแล้วในตัวอย่างที่ 12.2

จุดที่ 1 : Full Compression

$M_n = 0$, $P_n = 404.6$ ton

จุดที่ 3 : Balanced Failure

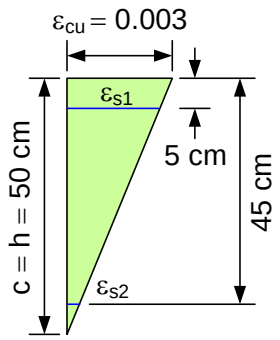
$M_b = 38.7$ t-m, $P_b = 141.4$ ton

2. จุดที่ 6 : Full Tension

$$P_n = A_s f_y$$

$$= 4(6.16)(4.0) = 98.6 \text{ ton}$$

3. จุดที่ 2 : Zero Tension



$$a = \beta_1 c = 0.85(50) = 42.5 \text{ cm}$$

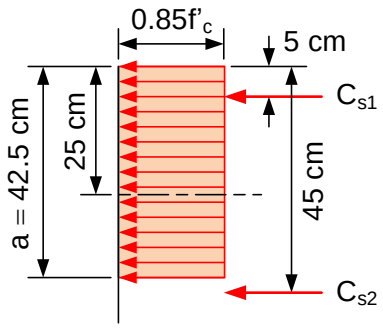
$$C_c = 0.85 f'_c a b$$

$$= 0.85(240)(42.5)(30)/1000 = 260.1 \text{ ton}$$

$$f_{s1} = \varepsilon_{s1} E_s = 0.003 E_s \frac{45}{50} = 5508 > [f_y = 4{,}000 \text{ ksc}]$$

$$\therefore f_{s1} = f_y = 4{,}000 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{s2} = \varepsilon_{s2} E_s = 0.003 E_s \frac{5}{50} = 612 \text{ kg/cm}^2$$



สมดุลแรงในแนวดิ่ง :

$$P_n = C_c + C_{s1} + C_{s2}$$

$$= 260.1 + 4.0(12.32) + 0.612(12.32)$$

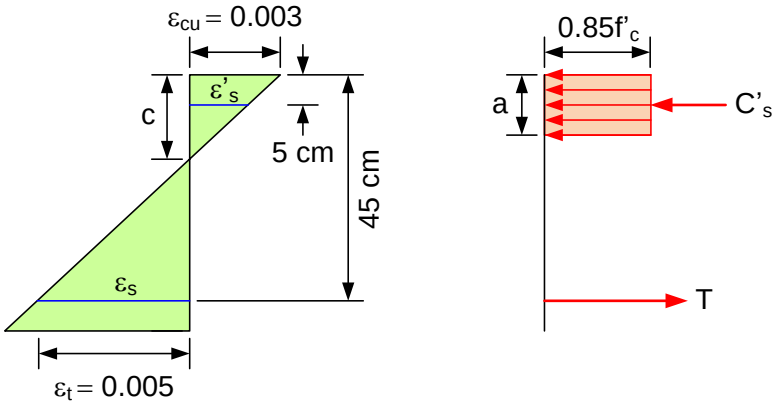
$$= 316.9 \text{ ton}$$

สมดุลโมเมนต์รอบศูนย์กลางหน้าตัด :

$$M_n = 260.1(25 - 42.5/2) + 4.0(12.32)(25-5) - 0.612(12.32)(45-25)$$

$$= 1{,}810 \text{ t-cm} = 18.1 \text{ t-m}$$ (ตรงกับแถวที่ 12 ที่คำนวณโดย Excel)

4. จุดที่ 4 : Tensile-Controlled Limit เป็นจุดที่มี $\varepsilon_{cu} = 0.003$ และ $\varepsilon_y = 0.005$



$$c = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu}+\varepsilon_y} d = \frac{0.003 \times 45}{0.003+0.005} = 16.9 \text{ ซม.}$$

$a = 0.85(16.9) = 14.4$ ซม.

$C_c = 0.85(240)(30)(14.4)/1000 = 88.1$ ตัน

$f_s = f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2} (โดยนิยาม)

$f'_s = 6{,}120(16.9\text{-}5)/16.9 = 4{,}309$ กก./ซม.^{2} > [$f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2}] **NG**

$f'_s = f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2}

$P_n = 88.1 + 4.0(12.32) - 4.0(12.32) = 88.1$ ton

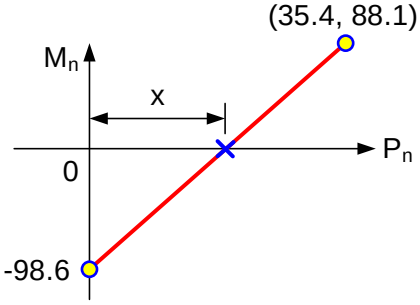
$M_n = 88.1(25 - 14.4/2) + 4.0(12.32)(25\text{-}5) + 4.0(12.32)(45\text{-}25)$

$= 3{,}539$ t-cm $= 35.4$ t-m

5. สรุปจุดต่างๆที่คำนวณได้

	P_n (ton)	M_n (t-m)
(1) Full Compression	404.6	0
(2) Zero Tension	316.9	18.1
(3) Balanced Failure	141.4	38.7
(4) Tension-controlled Limit	88.1	35.4
(6) Full Tension	-98.6	0

6. จุดที่ 5 : Pure Bending หาโดยการประมาณเชิงเส้นจากจุดที่ 4 และ 6



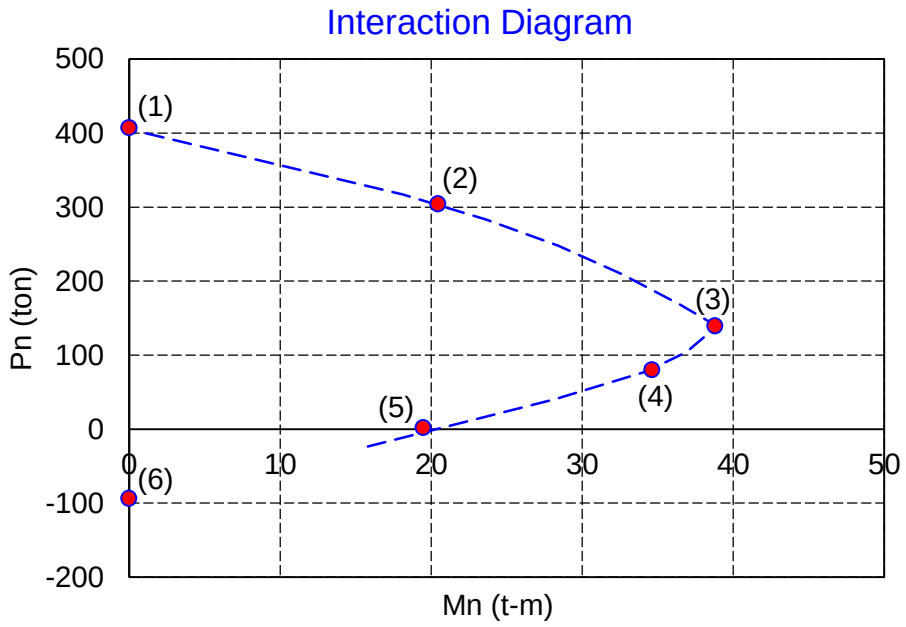
จากกฎสามเหลี่ยมคล้าย

$$\frac{x}{98.6} = \frac{35.4}{98.6+88.1}$$

$x = 18.7$

$\therefore M_n = 18.7$ t-m

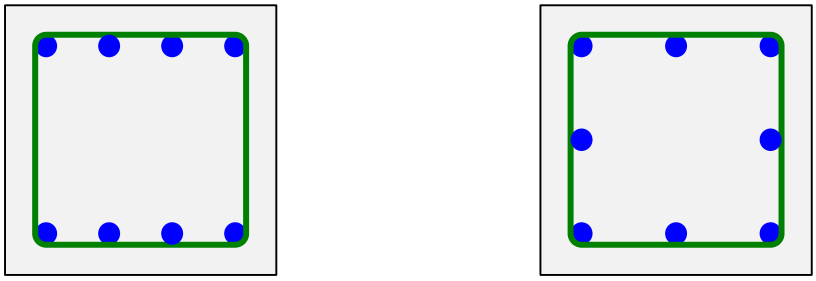
7. วาดจุดทั้งหมดใน Excel เปรียบเทียบกับเส้นกราฟเดิมในตัวอย่างที่ 12.2



รูปที่ 12.11 แผนภูมิปฏิสัมพันธ์ในตัวอย่างที่ 12.3

การเสริมเหล็กกระจาย (Distributed Reinforcement)

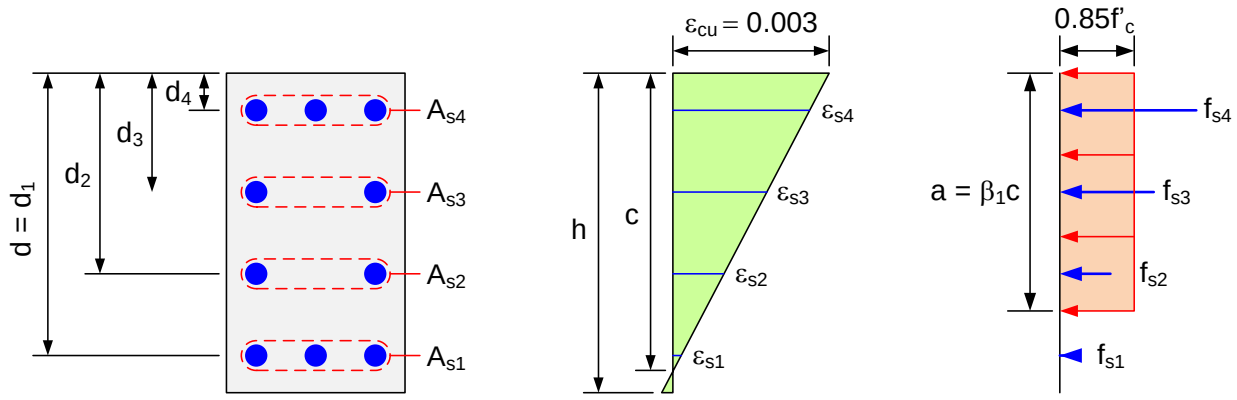
เพื่อการต้านทานโมเมนต์อย่างมีประสิทธิภาพจะวางเหล็กเสริมอยู่ในตำแหน่งผิวนอกที่ขนานกับแกนการดัดดังเช่นในรูปที่ 12.12(ก) แต่ถ้าหน้าตัดรับน้ำหนักบรรทุกที่มีการเยื้องศูนย์น้อยทำให้แรงอัดตามแนวแกนมีผลมาก จึงเป็นการเหมาะสมกว่าที่จะวางเหล็กเสริมกระจายโดยรอบหน้าตัดดังในรูปที่ 12.12(ข)



(ก) (ข)

รูปที่ 12.12 การจัดวางเหล็กเสริมบนหน้าตัดเสา

เหล็กเสริมที่ไม่ได้อยู่ที่ผิวนอกสุดซึ่งจะมีหน่วยแรงไม่สูงเท่ากับเหล็กที่ผิวนอกสุด ในการวิเคราะห์จะต้องหาค่าหน่วยการยืดหดของเหล็กเสริมซึ่งจะแบ่งเป็นชั้น (Layer) ตามระยะจากผิวรับแรงอัดดังแสดงในรูปที่ 12.13(ก) หน้าตัดจะมี 4 ชั้น หน่วยการยืดหดกำหนดโดยผิวรับแรงอัดชั้นนอกสุดที่รับแรงอัดมากกว่ามีค่า $\varepsilon_{cu} = 0.003$ และ ε_{s1} ของเหล็กชั้นที่ 1 ซึ่งเป็นชั้นนอกสุดที่รับแรงอัดน้อยกว่า จากนั้นใช้กฎสามเหลี่ยมคล้ายในการพิจารณาหน่วยการยืดหดของเหล็กเสริมในแต่ละชั้น เพื่อนำมาคำนวณหน่วยแรง เพื่อคำนวณกำลังของหน้าตัด P_n และ M_n ในที่สุด



(ก) หน้าตัดเสา (ข) หน่วยการยืดหด (ค) หน่วยแรง

รูปที่ 12.13 หน้าตัดเสาเสริมเหล็กกระจายโดยรอบ

จากรูปที่ 12.13(ข) โดยกฎสามเหลี่ยมคล้าย

$$\varepsilon_{si} = \left(\frac{c - d_i}{c}\right) 0.003 \qquad (12.14)$$

เมื่อ ε_{si} และ d_i คือหน่วยการยืดหดและความลึกของเหล็กเสริมชั้นที่ i

หน่วยแรง $f_{si} = \varepsilon_{si} E_s$ โดยที่ $-f_y \le f_{si} \le f_y$ (12.15)

แรงอัดคอนกรีต $C_c = 0.85 f'_c a b$ (12.16)

ถ้า a น้อยกว่า d_i $F_{si} = f_{si} A_{si}$ (ค่าบวกสำหรับแรงอัด) (12.17)

ถ้า a มากกว่า d_i พื้นที่เหล็กในชั้นนั้นได้ถูกคิดรวมอยู่ในในพื้นที่ ab ที่ใช้คำนวณ C_c แล้ว ดังนั้นเพื่อความแม่นยำจึงต้องหัก $0.85 f'_c$ ออกจาก f_{si} ก่อนคำนวณ F_{si}:

$$F_{si} = (f_{si} - 0.85 f'_c) A_{si} \qquad (12.18)$$

กำลังรับแรงอัดตามแนวแกน P_n สำหรับการกระจายหน่วยการยืดหดที่กำหนดได้จากผลรวมของแรง

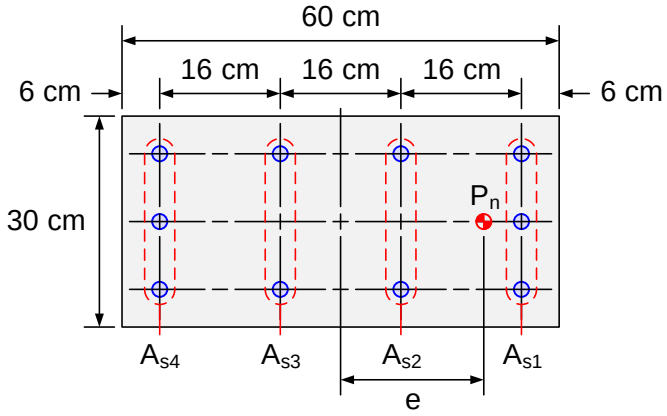
$$P_n = C_c + \sum_{i=1}^{n} F_{si} \qquad (12.19)$$

กำลังโมเมนต์ M_n ได้จากผลรวมโมเมนต์ของแรงภายในรอบศูนย์ถ่วงหน้าตัดเสา

$$M_n = C_c\left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2}\right) + \sum_{i=1}^{n} F_{si}\left(\frac{h}{2} - d_i\right) \qquad (12.20)$$

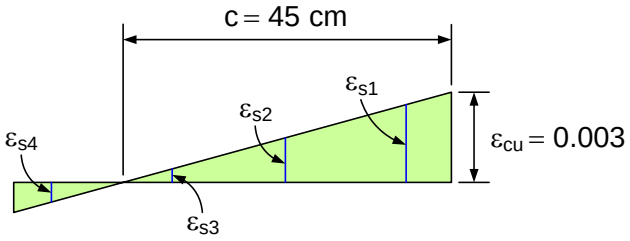
ตัวอย่างที่ 12.4 การวิเคราะห์เสารับน้ำหนักเยื้องศูนย์ที่มีการเสริมเหล็กกระจาย เสาดังในรูปที่ 12.14 เสริมเหล็ก 10-DB36 กระจายโดยรอบดังแสดง น้ำหนัก P_n มีระยะเยื้องศูนย์ e กำหนด $f'_c = 280$ กก./ซม.2 และ fy = 4,000 กก./ซม.2 จากตัวอย่างที่ 12.2 เสาหน้าตัด 30×50 ซม. เสริมเหล็ก 4DB28 ที่แต่ละมุมดังแสดงในรูป กำลังรับแรงอัดของคอนกรีต f'_c = 240 ก.ก./ซม.^{2} และ

กำลังครากของเหล็ก $f_y = 4{,}000$ ก.ก./ซม.^{2} จงคำนวณกำลังรับน้ำหนักบรรทุกและโมเมนต์ดัด ณ. จุดซึ่งมีค่า $c = 45$ ซม. จากผิวข้างขวา



รูปที่ 12.14 หน้าตัดเสารับน้ำหนักเยื้องศูนย์ในตัวอย่างที่ 12.4

วิธีทำ เมื่อคอนกรีตถึงขีดจำกัดหน่วยการยืดหดที่ 0.003 การกระจายหน่วยการยืดหดจะเป็นดังแสดงในรูปที่ 12.15 โดยหน่วยการยืดหดของเหล็กเสริมแต่ละตำแหน่งหาได้จากกฎสามเหลี่ยมคล้าย จากนั้นคำนวณหน่วยแรงโดยคูณด้วย $E_s = 2.04\times106$ กก./ซม.^{2} ถ้าเกินให้เท่ากับ 4,000 กก./ซม.^{2}



รูปที่ 12.15 การกระจายหน่วยการยืดหด

$$\varepsilon_{s1} = \frac{39}{45}\times 0.003 = 0.00260 \qquad f_{s1} = 5{,}304 \rightarrow 4{,}000 \text{ กก./ซม.}^2 \text{ (แรงอัด)}$$

$$\varepsilon_{s2} = \frac{23}{45}\times 0.003 = 0.00153 \qquad f_{s2} = 3{,}128 \text{ กก./ซม.}^2 \text{ (แรงอัด)}$$

$$\varepsilon_{s3} = \frac{7}{45}\times 0.003 = 0.00047 \qquad f_{s3} = 952 \text{ กก./ซม.}^2 \text{ (แรงอัด)}$$

$$\varepsilon_{s4} = -\frac{10}{45}\times 0.003 = -0.00067 \qquad f_{s4} = 1{,}360 \text{ กก./ซม.}^2 \text{ (แรงดึง)}$$

สำหรับ $f'_c = 240$ ก.ก./ซม.^{2}, $\beta_1 = 0.85$ ความลึกของบล็อกแรงอัด $a = 0.85\times45 = 38.25$ ซม.

แรงอัด $C_c = 0.85 f'_c ab = 0.85\times0.28\times38.25\times30 = 273$ ตัน

แรงในเหล็กเสริม:

$C_{s1} = 4.0\times3(10.18) = 122$ ตัน

$C_{s2} = 3.128\times2(10.18) = 64$ ตัน

$C_{s3} = 0.952\times2(10.18) = 19$ ตัน

$T_{s4} = 1.36\times3(10.18) = 42$ ตัน

กำลังน้ำหนักบรรทุกและโมเมนต์ดัดสำหรับระยะแกนสะเทิน 45 ซม. คำนวณได้จากสมการ (12.19) และ (12.20) :

$$P_n = 273+122+64+19-42 = 436 \text{ ตัน}$$

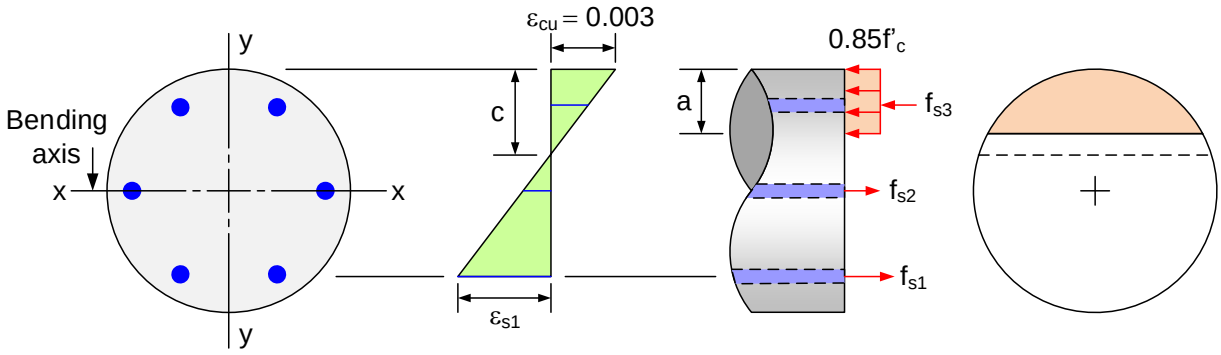
$$M_n = 273(30-38.25/2)+122(30-6)+64(30-22)$$
$$-19(30-22)+42(30-6)$$

$$= 7{,}265 \text{ ตัน-ซม.} = 72.7 \text{ ตัน-เมตร}$$

ระยะเยื้องศูนย์ e = 7,265/436 = 16.7 ซม. ■

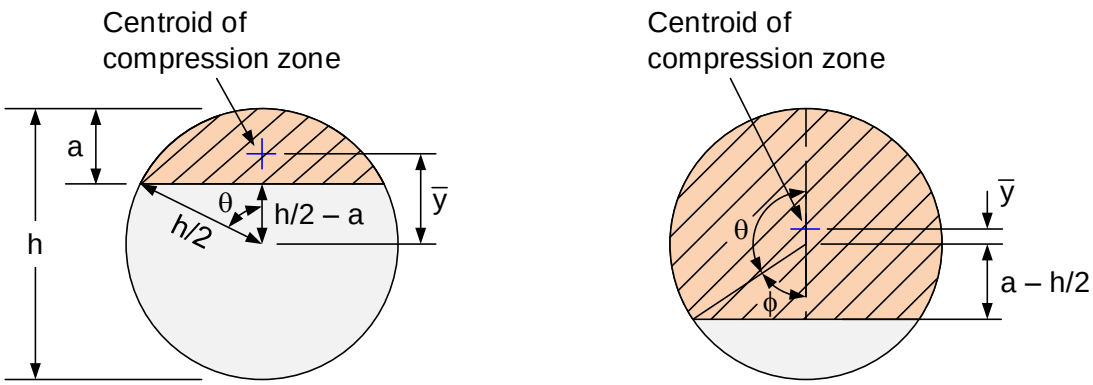
เสากลม

เนื่องจากเสากลมปลอกเกลียวมีความเหนียวมากกว่าเสาปลอกเดี่ยว มาตรฐานจึงกำหนดให้ค่าตัวคูณลดกำลัง $\phi = 0.75$ สำหรับเสาปลอกเกลียว เทียบกับ $\phi = 0.70$ สำหรับเสาปลอกเดี่ยว การพิจารณาเสากลมรับแรงอัดตามแนวแกนและโมเมนต์ดัดสามารถทำได้ตามขั้นตอนเดิมคือการใช้สมดุลของแรงและสภาวะเทียบเท่าของหน่วยการยืดหด (Strain Compatibility) ดังในรูปที่ 12.16



(ก) หน้าตัด (ข) หน่วยยืดหด (ค) หน่วยแรง (ง) พื้นที่แรงอัด

รูปที่ 12.16 หน้าตัดเสากลม



(ก) Case 1 : $a \le h/2,\ \theta < 90^o$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{h/2-a}{h/2}\right)$$

(ข) Case 2 : $a > h/2,\ \theta > 90^o$

$$\theta = 180^o - \phi$$

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{a-h/2}{h/2}\right)$$

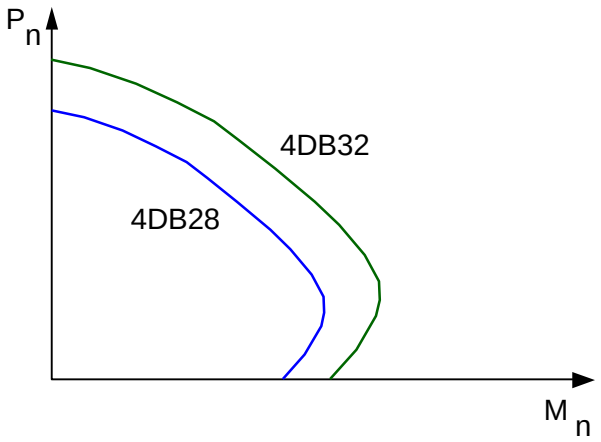
รูปที่ 12.17 พื้นที่รับแรงอัดบนเสากลม

แผนภูมิปฏิสัมพันธ์ของเสากลมจะขึ้นกับจำนวนเหล็กเสริมและตำแหน่งที่ห่างจากแกนสะเทิน ดังนั้นกำลังโมเมนต์ดัดรอบแกน x-x ดังในรูปที่ 12.16(ก) จะน้อยกว่ารอบแกน y-y เล็กน้อย เนื่องจากผู้ออกแบบไม่อาจควบคุมการจัดวางเหล็กเสริมอย่างละเอียด จึงต้องคิดในกรณีที่มีกำลังน้อยกว่า สำหรับเสากลมที่มีจำนวนเหล็กเสริมมากกว่า 8 เส้น ปัญหานี้จะหมดไปเพราะการวางเหล็กเสริมกลายเป็นวงแหวนต่อเนื่อง

แผนภูมิปฏิสัมพันธ์สำหรับการออกแบบ

จากรูปที่ 12.9 จะพบว่าแผนภูมิปฏิสัมพันธ์จะถูกแบ่งออกเป็นสองบริเวณคือในบริเวณที่หนึ่งเมื่อการวิบัติจะเริ่มจากการบดแตกของคอนกรีตบนด้านที่รับแรงอัดของหน้าตัด ในบริเวณนี้ความสามารถในการรับแรงอัดตามแนวแกนขององค์อาคารจะลดลงเกือบเป็นเส้นตรงเมื่อโมเมนต์มีค่าเพิ่มขึ้นหรือเมื่อระยะเยื้องศูนย์เพิ่มขึ้น

ในบริเวณที่ควบคุมโดยการดัด องค์อาคารจะมีพฤติกรรมคล้ายกับคานที่เสริมเหล็กไม่เพียงพอ เนื่องจากการวิบัติจะเริ่มเกิดขึ้นโดยการครากของเหล็กรับแรงดึงในขณะที่หน่วยการยืดหดในคอนกรีตอยู่ต่ำกว่าค่าจำกัด เมื่อมีแรงอัดมากระทำเพิ่มขึ้นก็จะเป็นการช่วยลดหน่วยการยืดในเหล็กลง ทำให้สามารถรับโมเมนต์ได้เพิ่มขึ้นจนเหล็กถึงจุดครากอีก ดังนั้นในบริเวณนี้ของแผนภูมิกำลังรับโมเมนต์จึงเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อเพิ่มน้ำหนักบรรทุกตามแนวแกน

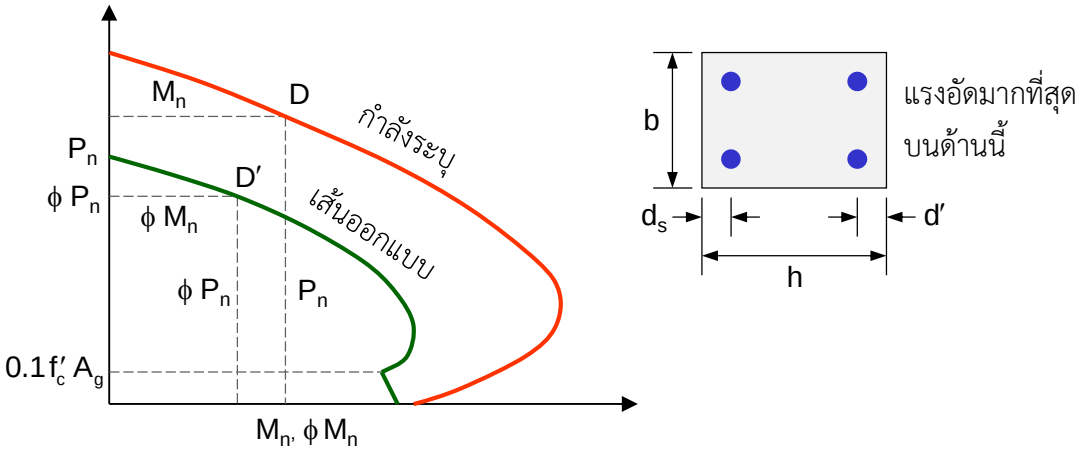


รูปที่ 12.18 ผลของปริมาณเหล็กที่มีต่อแผนภูมิปฏิสัมพันธ์

ถ้าเหล็กเสริมมีขนาดใหญ่ขึ้นเช่น แทนที่จะใช้ DB28 ก็ใช้เหล็ก DB32 รูปร่างของแผนภูมิจะยังคงคล้ายของเดิมอยู่ แต่กำลังของหน้าตัดจะเพิ่มขึ้นซึ่งถ้าวาดลงบนสเกลเดียวกันกับของ DB28 ก็จะได้แผนภูมิที่ใหญ่กว่าดังในรูปที่ 12.18

ข้อกำหนดของ ACI ที่ให้ตัวคูณลดกำลังของเสาปลอกเดี่ยว $\phi = 0.70$ และของเสาปลอกเกลียว $\phi = 0.75$ นั้น จะต้องถูกนำมาใช้กับแผนภูมิที่ได้จากทฤษฎีเพื่อให้ได้แผนภูมิสำหรับการออกแบบ ตัวอย่างเช่นในรูปที่ 12.19 จุด D′ ใดๆบนเส้นออกแบบจะได้จากการคูณจุดพิกัดทั้งสองของจุด D บนเส้นทฤษฎีด้วยตัวคูณลดกำลังที่เหมาะสม เนื่องจากเสาจะมีพฤติกรรมเข้าใกล้คานเมื่อแรงอัดมีค่าน้อย ACI จึงกำหนดให้ตัวคูณลดกำลังมีค่าเพิ่มขึ้นแบบเส้นตรงเป็น 0.90 ซึ่งเป็นค่า

สำหรับคานเมื่อ ϕP_n มีค่าต่ำกว่า $0.1f'_cA_g$ การเพิ่มขึ้นของค่า ϕ นี้จะใช้ได้กับเหล็กที่มีกำลังครากไม่เกิน 4,000 ก.ก./ซม.^{2} รูปแบบการเสริมเหล็กต้องสมมาตร และ $h - d_s - d' > 0.7h$ สำหรับเสาที่ไม่เป็นไปตามเงื่อนไขดังกล่าวให้เลือกค่าที่น้อยกว่าระหว่าง $0.1f'_cA_g$ หรือ ϕP_b เป็นจุดที่จะเริ่มเพิ่มค่า ϕ เป็น 0.90

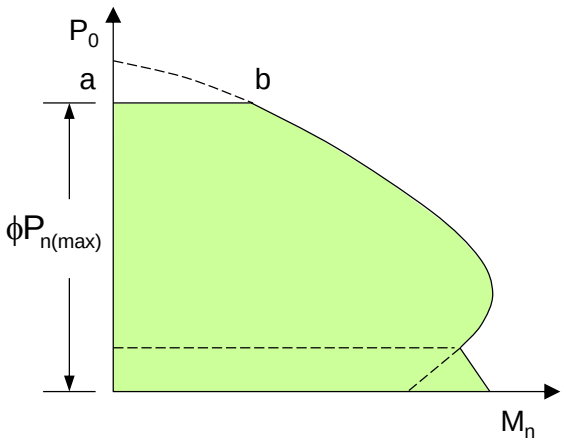


รูปที่ 12.19 แผนภูมิปฏิสัมพันธ์ที่ใช้ในการออกแบบ

การปรับแก้สุดท้ายคือการตัดส่วนบนทิ้งโดยใช้เส้นราบ (เส้น ab ในรูปที่ 12.20) ที่ความสูง $\phi P_{n(max)}$

เสาปลอกเดี่ยว: $$\phi P_{n(max)} = 0.80\phi\,[0.85f'_cA_g + f_yA_{st}]\,,\quad \phi = 0.70 \qquad (12.21)$$

เสาปลอกเกลียว: $$\phi P_{n(max)} = 0.85\phi\,[0.85f'_cA_g + f_yA_{st}]\,,\quad \phi = 0.75 \qquad (12.22)$$



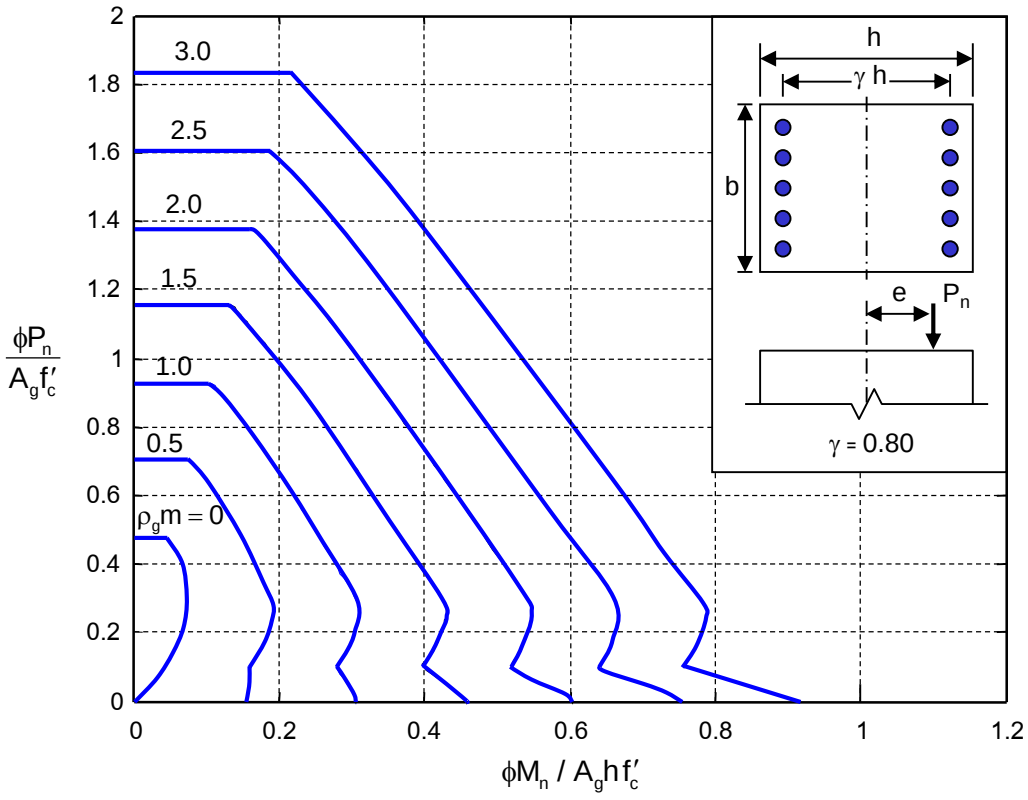
รูปที่ 12.20 การลดลงของกำลังรับแรงอัดตามแนวแกนที่มีระยะเยื้องศูนย์น้อย

วัตถุประสงค์ในการตัดส่วนบนออกก็เพื่อลดน้ำหนักบรรทุกที่ยอมให้บนเสาที่รับแรงอัดอย่างเดียวหรือ เสาที่รับแรงอัดและโมเมนต์เล็กน้อย ($e/h \le 0.10$ เมื่อ h คือความลึกเสาด้านที่ตั้งฉากกับแกนหมุน) เหตุผลที่ลดมีสองประการคือ

1. เสาทุกต้นจะมีโมเมนต์เล็กน้อยจากความผิดพลาดในการก่อสร้างที่ไม่ถูกพิจารณาในการออกแบบและ
2. กำลังของเสาที่รับแรงอัดเพียงอย่างเดียวเป็นเวลานานจะมีค่าต่ำลง

สำหรับการออกแบบในทางปฏิบัตินั้นเราจะสร้างแผนภูมิโดยแปรเปลี่ยนปริมาณเหล็กเสริม $\rho_g = A_{st}/A_g$ จาก 0.01 ถึง 0.08 จากนั้นนำน้ำหนักบรรทุกและโมเมนต์ที่ต้องการให้หน้าตัดรับมากำหนดจุดลงในแผนภูมิ $(M_u/\phi, P_u/\phi)$ การเลือกปริมาณเหล็กเสริมจะพิจารณาจากตำแหน่งของจุดและแผนภูมิกำลังเส้นที่เล็กที่สุดที่ยังคลุมจุดที่ต้องการอยู่

ในการวาดแผนภูมิมักทำได้โดยการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยแปรเปลี่ยนค่า c หรือระยะจากผิวรับแรงอัดถึงแกนสะเทินจะทำให้การคำนวณสะดวกกว่า นั่นคือจะเปลี่ยนค่า c/h จาก 0.0 ถึง 1.0 และเปลี่ยนค่าปริมาณเหล็กยืน $\rho_g = A_{st}/A_g$ จาก 0.01 ถึง 0.08 ซึ่งเป็นช่วงที่ยอมให้ นอกจากนั้นควรเขียนแผนภูมิให้อยู่ในรูปที่ไม่มีหน่วยจะทำให้ใช้งานได้หลากหลายยิ่งขึ้น ดังนั้นแกนดิ่งจึงแสดงค่า $\phi P_n/(A_g f'_c)$ และ $\phi M_n/(A_g h f'_c)$ แต่ละเส้นของแผนภูมิแสดงปริมาณเหล็กที่ใช้คือค่า $\rho_g m$ เมื่อ $m = f_y/0.85f'_c$ และ h คือความลึกของเสาในทิศทางที่รับโมเมนต์ดัด



รูปที่ 12.21 แผนภูมิปฏิสัมพันธ์ของเสาสี่เหลี่ยมผืนผ้าสำหรับ $\gamma = 0.80$

ตัวอย่างที่ 12.5 จงออกแบบเสาสี่เหลี่ยมผืนผ้าปลอกเดี่ยวในอาคารเพื่อรองรับน้ำหนักบรรทุก P_u = 120 ตัน และโมเมนต์ M_u = 12 ตัน-เมตร กำหนด f'_c = 210 ก.ก./ซม.^{2} และ f_y = 4,000 ก.ก./ซม.^{2}

วิธีทำ ลองเลือกขนาดพื้นที่โดยประมาณหน่วยแรงเฉลี่ยที่ 140 ก.ก./ซม.^{2}:

$$\text{Trial } A_g = \frac{P_u}{140} = \frac{120(1{,}000)}{140} = 857 \text{ ซม.}^2$$

ลองเลือกหน้าตัด 30 × 40 ซม. พื้นที่ 1,200 ซม.^{2}

คำนวณค่าพิกัดเพื่อใช้แผนภูมิปฏิสัมพันธ์ โดยกำหนด $\phi P_n = P_u$

$$\frac{\phi P_n}{A_g f'_c} = \frac{120(1{,}000)}{1{,}200(210)} = 0.48$$

$$\frac{\phi M_n}{A_g h f'_c} = \frac{12(1{,}000)(100)}{1{,}200(40)(210)} = 0.12$$

ประมาณค่า $\gamma = 0.80$ จากแผนภูมิในรูปที่ 12.21 อ่านค่า $\rho_g\, m = 0.35$

เมื่อ $m = f_y / 0.85 f'_c$, $\rho_g = 0.35 \times \frac{0.85(210)}{4{,}000} = 0.016$

$$A_{st} = \rho_g A_g = 0.016(1{,}200) = 19.2 \text{ ซม.}^2$$

ใช้เหล็กยืน 4DB25 (A_{st} = 19.63 ซม.^{2}) ■

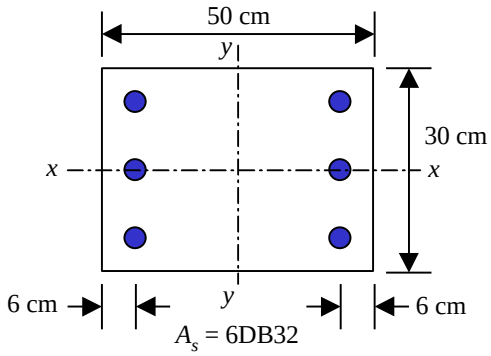
ปัญหาท้ายบทที่ 12

12.1 เสาสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 40 ซม. เสริมเหล็กยืน 4 DB32 ที่แต่ละมุม มีระยะหุ้ม 6 ซม. ถึงศูนย์กลางเหล็กยืนในแต่ละทิศทาง กำหนด f'_c = 300 กก./ซม.^{2} และ f_y = 4,000 กก./ซม.^{2} จงสร้างแผนภูมิปฏิสัมพันธ์ระหว่างกำลังตามแนวแกน P_n และกำลังดัด M_n การดัดเกิดขึ้นรอบแกนเดียวซึ่งขนานกับผิวเสาด้านหนึ่ง และคำนวณพิกัดสำหรับ P_o, P_b, และอีกอย่างน้อยสามจุดบนเส้นกราฟ

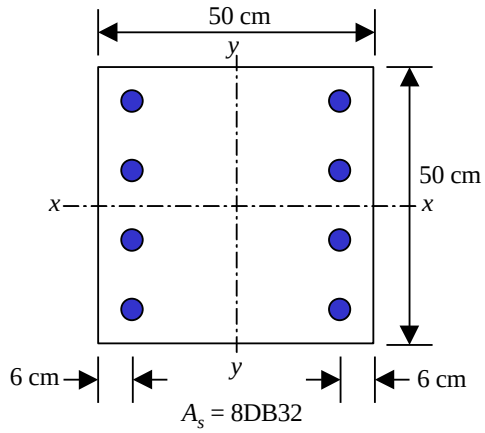
12.2 จากตัวอย่างหน้าตัดในตารางข้างล่าง จงพิจารณาแรงอัดสมดุล P_b โมเมนต์สมดุล M_b และระยะเยื้องศูนย์สมดุล e_b ของแต่ละหน้าตัด

หน้าตัด	f'_c (กก./ซม.^{2})	b (ซม.)	h (ซม.)	$A_s = A'_s$
(1)	210	50	50	6DB32
(2)	210	40	40	4DB25
(3)	210	60	60	8DB32
(4)	240	40	60	6DB32
(5)	240	30	50	4DB28
(6)	240	40	50	4DB32
(7)	240	40	40	5DB32
(8)	280	50	50	5DB28
(9)	280	40	60	4DB32
(10)	280	50	60	5DB32

12.3 เสาสั้นดังแสดงในรูปรองรับน้ำหนักเยื้องศูนย์ทำให้เกิดโมเมนต์ดัดรอบแกน y กำหนด f_y = 4,000 ก.ก./ซม.^{2} และ f'_c = 280 ก.ก./ซม.^{2}



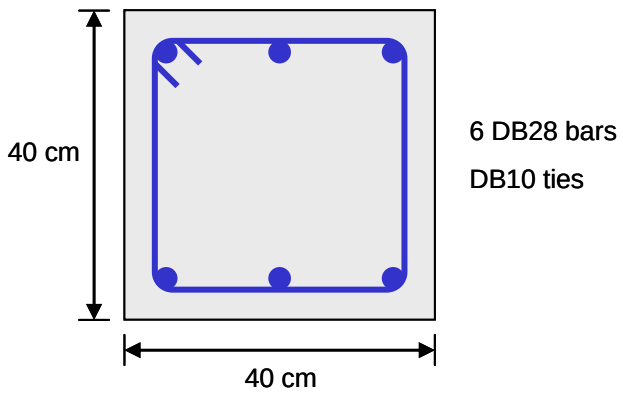
12.4 หน้าตัดเสาดังแสดงในรูปรับแรงตามแนวแกนและโมเมนต์ดัดรอบแกนที่ขนานกับแถวของเหล็กยืน โมเมนต์ดัดขนาดเท่าใดจึงจะทำให้เสาวิบัติถ้าแรงอัดตามแนวแกนที่กระทำร่วมด้วยกันมีค่า 200 ตัน กำลังวัสดุ f'_c = 280 ก.ก./ซม.^{2} และ f_y = 4,000 ก.ก./ซม.^{2}



12.5 จงใช้แผนภูมิปฏิสัมพันธ์ออกแบบเสาสั้นสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 30 ซม. เพื่อรองรับ P_u = 170 ตัน และ M_u = 12 ตัน-เมตร กำหนด f'_c = 240 ก.ก./ซม.^{2} เหล็กยืน: f_y = 4,000 ก.ก./ซม.^{2}

12.6 โดยใช้วิธีคำนวณเชิงเลข จงพิจารณากำลังรับน้ำหนักบรรทุกของเสาสั้นดังในรูป เพื่อรับแรงตามแนวแกนซึ่งมีระยะเยื้องศูนย์ 12 ซม. กำหนด f'_c = 320 ก.ก./ซม.^{2} เหล็กยืน: f_y = 4,000 ก.ก./ซม.^{2} เสริมเหล็กยืน 3 เส้น ขนาด DB25 แต่ละด้าน การดัดเกิดรอบแกน y

12.7 คำนวณกำลังรับน้ำหนักบรรทุกตามแนวแกนและโมเมนต์ดัดที่สภาวะสมดุลของหน้าตัดเสาในรูปข้างล่าง กำหนด f'_c = 280 ก.ก./ซม.^{2} เหล็กยืน: f_y = 4,000 ก.ก./ซม.^{2}



12.8 จากหน้าตัดเสาในข้อ 12.7 คำนวณจุดบนแผนภูมิปฏิสัมพันธ์ 5 จุด แล้ววาดแผนภูมิปฏิสัมพันธ์ กำหนด f'_c = 280 ก.ก./ซม.^{2} เหล็กยืน: f_y = 4,000 ก.ก./ซม.^{2}

12.9 ใช้แผนภูมิปฏิสัมพันธ์จากข้อ 12.8 เพื่อคำนวณ M_n สำหรับกรณีดังนี้

(1) P_n = 250 ตัน

(2) P_n = 50 ตัน

(3) e = 15 ซม.